Universidad Nacional de Río Negro
Sede Alto Valle y Valle Medio

CICLO DE INICIO UNIVERSITARIO 2020

MATEMÁTICA

Licenciatura en Paleontología
Licenciatura en Geología

Escuela de Geología, Paleontología y Enseñanza de las Ciencias

ESPERANDO EL TSUNAMI

CONTENIDO DIDÁCTICO: Velocidad; Tiempo de tránsito; Promedio; Manipulación de ecuaciones; Tsunami.

Los Tsunami son olas marinas que poseen una **gran longitud de onda** causada por una repentina alteración del océano. Las causas de ellos pueden ser:

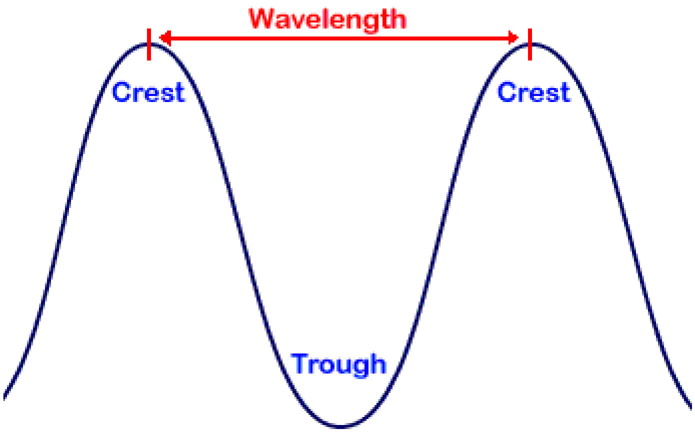
- Un *terremoto* que afecte al fondo marino y que repentinamente lo empuje hacia arriba.
- Una *erupción volcánica* que repentinamente provoque un gigantesco hoyo en el mar.
- Una *remoción en masa* que provoque que una gran masa de rocas o suelo se deslice repentinamente al mar.
- Un *meteorito* que al caer desde el espacio impacte a alta velocidad en el mar.

De todas las causas, la más común es la de los terremotos.

Un sismo submarino, para provocar un tsunami, no solamente debe tener una Magnitud superior a 7.3 sino que debe desplazar el fondo marino hacia arriba. Esto es posible solamente a lo largo de fallas normales o inversas. La gran mayoría de los tsunamis se producen a causa de movimientos a lo largo de grandes fallas inversas en las zonas de subducción.

La longitud de onda de un tsunami varía desde docenas a cientos de km y es más de mil veces la longitud de onda de una típica onda de mar producida por el viento.

La longitud de onda es la distancia entre dos crestas o valles sucesivos



La enorme longitud de onda implica unas importantes consecuencias:

1. **Las olas de los maremotos no se debilitan o pierden energía con rapidez**. La atenuación depende de la longitud de onda, a mayor longitud menor atenuación. Las ondas musicales cortas (treble) se atenúan muy rápidamente mientras que las largas (bass) perduran mucho más. Lejos de la fuente es posible escuchar solo las "ondas largas".

2. **Las olas de los maremotos son ondas de aguas someras.** Su velocidad depende solo de la profundidad del agua y en aguas profundas su velocidad es muy elevada.

El movimiento de una onda en el agua depende de la profundidad del agua en relación con su longitud de onda.

Cuando la profundidad del agua es **mayor que la mitad de la longitud de onda** se la denomina onda de aguas profundas. El movimiento del agua en este caso es muy complicado y son necesarias ecuaciones muy complejas para describirlo.

Cuando la profundidad del agua es **menor que la mitad de la longitud de onda** se la denomina onda de aguas someras. Somero es un término relativo, relativo a la profundidad del agua. El movimiento de aguas someras es fácil de describir matemáticamente.

La velocidad de una onda de aguas someras está dada por:

$$v = \sqrt{gP}$$

Donde **g** es la aceleración de la gravedad y **P** es la profundidad del agua. Cerca de la superficie terrestre g es constante y su valor es de 10 m/s2.

Para visualizar como se produce y propaga un tsunami ver la animación de la siguiente página:

http://walrus.wr.usgs.gov/tsunami/sumatraEQ/SumatraNW2.html

Completa la siguiente Tabla:

Onda	λ(m)	λ/2 (m)	Prof. (m)	Mar somero?	V (m/s)	V (km/h)
Típica onda eólica en aguas profundas	100		3.800			
Onda de tormenta eólica sobre la plataforma	200		200			
Onda de tormenta eólica cercana a la costa	200		20			
Onda de tsunami en aguas profundas	150.000		3.800			
Onda de tsunami sobre una dorsal	150.000		11.000			
Onda de tsunami sobre la plataforma	150.000		200			
Onda de tsunami cerca de la costa	150.000		20			

Ahora bien, la Velocidad como concepto físico tradicional es una magnitud que se define como:

$$v = \frac{D}{t}$$

Por ejemplo: si una ola recorre 200 km en 2 horas su velocidad es:

$$v = \frac{100km}{2h} = 50km/h$$

La ecuación de la velocidad puede ser ajustada algebraicamente para encontrar otra variable. Si se conoce la distancia y la velocidad es posible calcular el tiempo.

$$t = \frac{D}{v}$$

A este tiempo se le llama tiempo de traslación o tránsito y representa el tiempo necesario para recorrer una distancia específica a una cierta velocidad.

Completa la siguiente Tabla para obtener el tiempo de llegada del tsunami y complementa el trabajo usando la imagen satelital.

Newfoundland	Tramo	Tipo de fondo marino	Distancia (km)	Prof. media (m)	Vel. Media (m/s)	Tiempo de tránsito (s)	Tiempo de tránsito (min)
		Planicie abisal	1.500	4.000			
		Dorsal oceánica	320	2.500			
		Planicie abisal	1.100	4.000			
		Plataforma cont.	720	500			
		TOTAL					

TABLA 2

Boston	Tramo	Tipo de fondo marino	Distancia (km)	Prof. media (m)	Vel. Media (m/s)	Tiempo de tránsito (s)	Tiempo de tránsito (min)
		Planicie abisal	1.600	4.000			
		Dorsal oceánica	370	2.500			
		Planicie abisal	1.400	4.000			
		Plataforma cont.	1740	150			
		TOTAL					

Outer banks	Tramo	Tipo de fondo marino	Distancia (km)	Prof. media (m)	Vel. Media (m/s)	Tiempo de tránsito (s)	Tiempo de tránsito (min)
		Planicie abisal	1.600	4.000			
		Dorsal oceánica	480	2.500			
		Planicie abisal	3.700	4.000			
		Plataforma cont.	90	200			
		TOTAL					

Florida	Tramo	Tipo de fondo marino	Distancia (km)	Prof. media (m)	Vel. Media (m/s)	Tiempo de tránsito (s)	Tiempo de tránsito (min)
		Planicie abisal	1580	4.000			
		Dorsal oceánica	520	2.500			
		Planicie abisal	4.130	4.000			
		Plataforma cont.	310	800			
		Plataforma cont.	50	50			
		TOTAL					

PREGUNTAS

1. ¿Por qué el tsunami debería llegar mucho antes a Outer Banks y no a Boston a pesar de que esta última localidad se encuentra más cercana a la zona de origen del tsunami? Explica observando el mapa.

2. ¿Consideras que el maremoto llegaría a Puerto Rico antes o después de su llegada a la Florida? Justifica tu respuesta

3. La erupción del volcán Krakatoa de 1883 produjo un maremoto que mató a 36.417 personas en Indonesia. Fue la más grande erupción volcánica registrada desde que existe la humanidad. Fue tan estruendosa que se la escuchó desde la isla Rodríguez ubicada a 4800 km de distancia. Si el sonido viaja por el aire a razón de 366 m/s, ¿cuánto tiempo demoró el sonido de la erupción en llegar a la isla Rodríguez? Expresa el resultado en minutos.

No solo el tamaño importa, también la forma

Modificado de: Pérez Zaballos, J., Díaz, J. A., & García Moreno, A. (2009). Modelos adaptativos en Zoología (Manual de prácticas). 2. Tamaño, forma y alometría. REDUCA (Biología), 2(2):20-30.

INTRODUCCIÓN

El crecimiento proporcionado de un objeto se denomina **Isometría** o **semejanza geométrica**. Si la forma permanece constante pero cambia el tamaño, las relaciones entre longitud, superficie, volumen y masa cambian. Esto es lo que se conoce con el nombre de **principio de similitud geométrica, enunciado e ilustrado por Galileo hace más de 350 años**. Es como una ampliación de una fotografía.

Sin embargo, precisamos tener en cuenta que las dimensiones lineales, la superficie y el volumen, tienen diferente tasa de crecimiento.

La superficie (**S**) de un objeto aumenta en proporción (∝) al cuadrado de sus dimensiones lineales (**l**):

$\boldsymbol{S \propto l\ 2}$

El volumen (**V**) aumenta todavía más rápido, en proporción al cubo de sus dimensiones lineales (**l**):

$\boldsymbol{V \propto l^3}$

Esta relación proporcional se mantiene para cualquier forma geométrica que aumente (o disminuya) de tamaño (es decir, con isometría o crecimiento geométrico). Si agrandamos una esfera, por ejemplo, desde el tamaño de una canica hasta el de un balón de fútbol, su diámetro aumenta 10 veces, su superficie

102 ó 100 veces, y su volumen 103 ó 1000 veces. Cualquier objeto obedece a estas proporciones relativas impuestas por su propia geometría.

La proporcionalidad de crecimiento (∝) se expresa con la constante **k**, ya que estamos hablando de crecimiento isométrico, o sea, manteniendo la proporcionalidad geométrica. La constante **k** ajusta la ecuación para volumen o para peso.

P ≅ V=k l 3 o P=k l 3

ALOMETRÍA

Para mantener un diseño funcionalmente equilibrado, la forma, o sea, las proporciones entre las distintas partes del cuerpo, cambia con el tamaño (Fig. 2). Los animales tratan de minimizar las diferentes velocidades de crecimiento entre superficie y volumen con diseños que compensen esas diferencias.

Este cambio de forma, correlacionado con un cambio de tamaño se denomina **alometría**. Puesto que el cambio de tamaño más evidente se da durante la ontogenia, cuando tiene lugar el crecimiento de embriones, larvas y/o jóvenes, muchos de los ejemplos de alometría son de tipo **ontogenético**. Sin embargo, los cambios de proporción asociados a los de tamaño también se dan en la evolución a través del tiempo de numerosos grupos de animales, o cuando se comparan especies distintas de un mismo grupo, y en esos casos se habla de alometría **filogenética**.

La alometría también sirve para estudiar, por ejemplo, como dependen ciertas magnitudes (energía consumida, superficie de la piel, tamaño del cráneo, ritmo cardiaco, récord de halterofilia, etc.) del tamaño de los organismos.

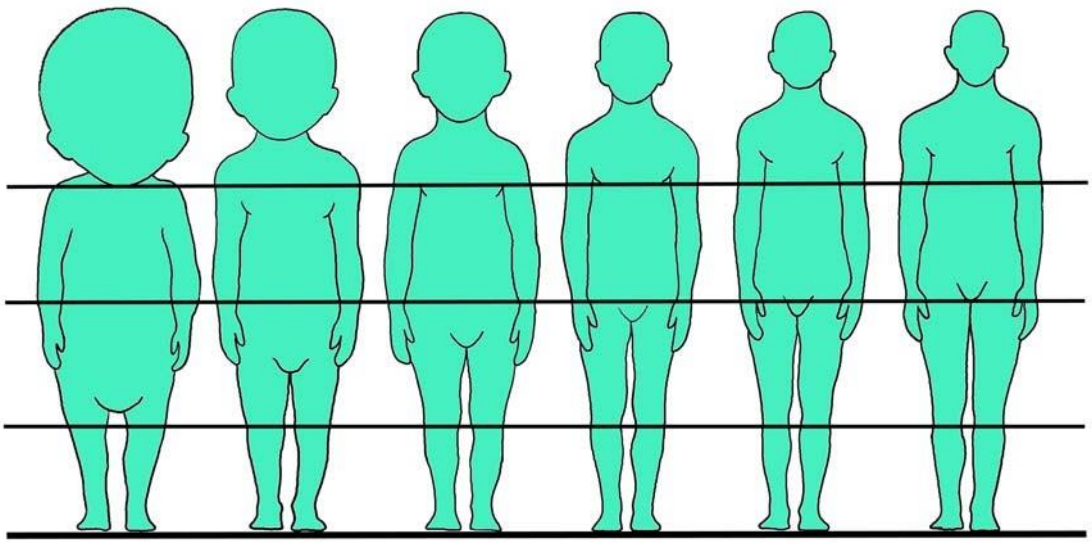


Figura 2. Cambios de proporciones en el cuerpo humano durante su crecimiento.

Todos los cambios de forma pueden generalizarse con esta expresión matemática:

$y = a\,x^{b}$

donde a y b son constantes, y es la variable dependiente (o sea, la parte del cuerpo cuyos cambios de proporción queremos estudiar), y x la variable independiente (o sea, la parte del cuerpo que tomamos como estructura de referencia, normalmente una medida del tamaño «global» del organismo).

De esta ecuación nos interesan dos aspectos:

- Lo que determina si hay isometría o alometría, y, en su caso, si la alometría es positiva o negativa, es el exponente (**b**). Es fácil comprobar que cuando b = 1, la forma se mantiene (isometría), cuando b > 1 la variable dependiente crece más de prisa que la estructura de referencia (alometría positiva), y cuando b < 1 la variable dependiente crece más despacio que la estructura de referencia (alometría negativa).

- El segundo aspecto que nos interesa es que, si tomamos logaritmos, la ecuación se convierte en la de una recta, lo que facilita la estimación de **b** y la interpretación de los resultados:

$y = a\,x^{b}$

$\log y = \log (a\,x^{b}) = \log a + \log x^{b} = \log a + b \log x$

$\log y = \log a + b \log x$

Es decir: tomando logaritmos, o usando un gráfico bilogarítmico, **b** es simplemente la pendiente de la recta que relaciona ***log* y** con ***log* x** (Fig. 3).

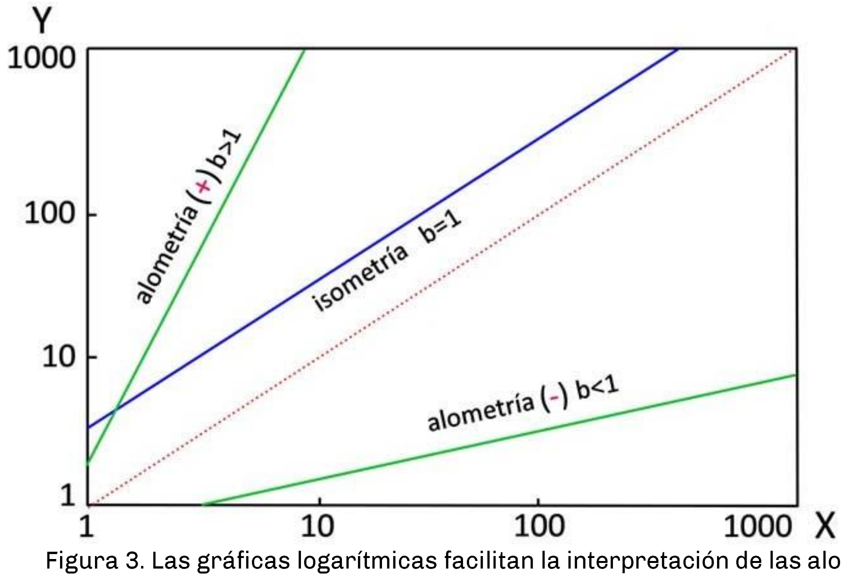


Figura 3. Las gráficas logarítmicas facilitan la interpretación de las alometrías observando la pendiente.

Por tanto, dadas las dos series de medidas para las estructuras que queremos comparar, se trata de utilizar cualquier programa estadístico que nos proporcione el valor de **b** y su error estándar (**SE_b**), de forma que podamos estimar cuál es la probabilidad (**p**) de que, siendo cierta la hipótesis de isometría (**b = 1**), se obtenga por azar una pendiente tan alta ($b > 1$: alometría positiva) o tan baja($b < 1$: alometría negativa) como la que reflejan dichas medidas.

Veamos los diferentes tipos de alometría con algunos ejemplos prácticos.

Ejemplo nº 1. Mejillón, *Mytilus edulis* (Linnaeus, 1758)

El cultivo de mejillón supone una importante fuente de riqueza en Galicia (y en menor medida en Cataluña, Levante y Andalucía), ya que en sus rías se producen más de 250.000 toneladas anuales de este bivalvo. La comercialización de este producto pudiera verse afectada por su aspecto exterior, ya que si bien es cierto que en condiciones naturales el crecimiento se ve afectado por la competencia intraespecífica por el espacio, en acuicultura este problema no existe y se supone que su crecimiento y forma se mantienen constantes.

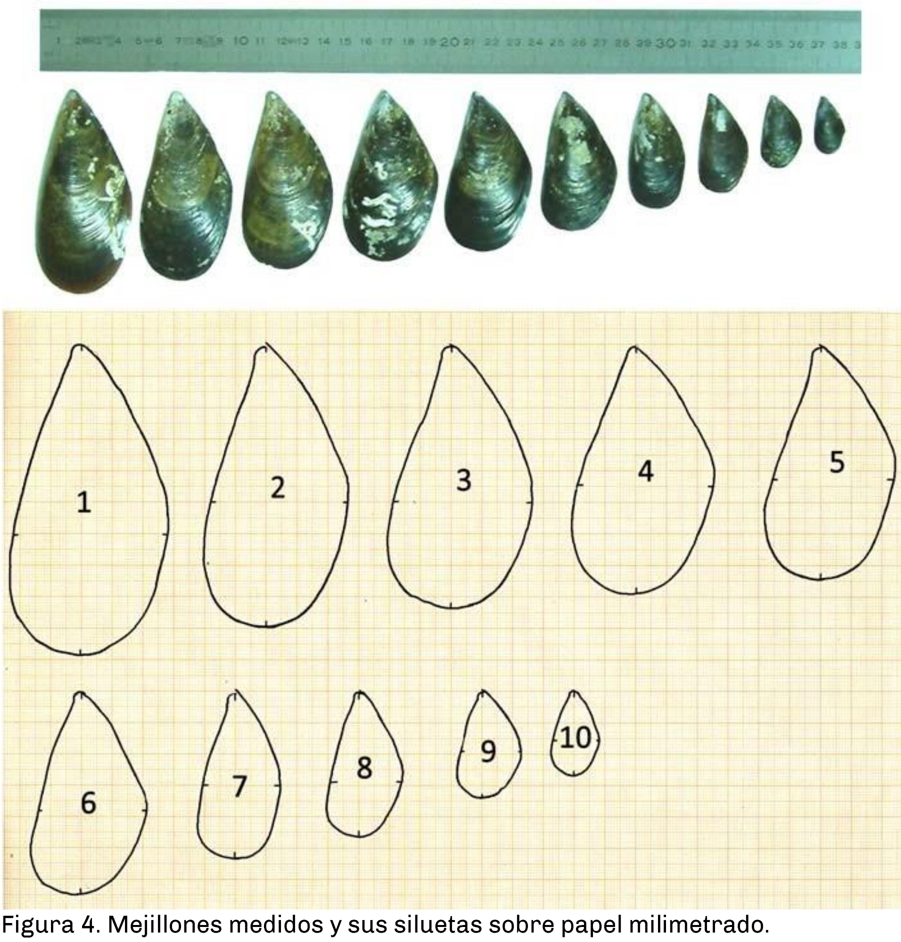


Figura 4. Mejillones medidos y sus siluetas sobre papel milimetrado.

Vamos a determinar el tipo de crecimiento alométrico/isométrico entre la anchura (***a***) y la longitud (***l***) de su concha. Seleccionar 10 valvas (todas derechas o izquierdas) de diferentes tamaños, perfilar marcando los bordes sobre papel milimetrado, medir longitud y anchura de cada una y representar (Fig.4).

Actividades:

1) Generar una tabla de excel con los valores de anchura y longitud de las conchillas de la imagen

2) Generar un gráfico de puntos con los datos obtenidos, en escala logarítmica

3) Obtener la ecuación de la recta de crecimiento

4) ¿El crecimiento es isométrico o alométrico? Justificar la respuesta

Ejemplo nº 2. Cuerpo humano

Según se aprecia en la Fig.2, los bebés y los niños tienen cabezas proporcionalmente más grandes que los adultos. Esta circunstancia ha dado lugar a variadas interpretaciones (Fondevila y Moyá, 2003) relacionadas con fenómenos de heterocronía (por ejemplo, neotenia), desarrollo del cerebro, forma del mentón o, incluso, sobre la influencia de las presiones mecánicas que un cerebro grande ejerce sobre el desarrollo de la forma craneal.

Vamos a determinar el tipo de crecimiento alométrico/isométrico entre la longitud de la cabeza y la altura (longitud) hasta los hombros. Utilizar los datos de la tabla 1 y representar.

Edad	**Longitud total**	**Longitud cabeza**	**Longitud hombros**
8 semanas	2.5 cm	1.1 cm	1.5 cm
12 semanas	8.1 cm	2.9 cm	5.4 cm
16 semanas	15.2 cm	4.6 cm	10.7 cm
nacimiento	50.0 cm	11.8 cm	38.1 cm
2 años	88.3 cm	18.9 cm	67.6 cm
3 años	97.0 cm	21.4 cm	73.5 cm
4 años	103.9 cm	22.3 cm	81.6 cm
5 años	109.4 cm	21.1 cm	86.4 cm
6 años	116.7 cm	23.2 cm	91.0 cm
7 años	121.8 cm	23.6 cm	95.5 cm
8 años	126.9 cm	23.8 cm	100.4 cm

9 años	131.8 cm	24.0 cm	105.8 cm
10 años	139.9 cm	24.8 cm	112.2 cm
11 años	145.7 cm	25.3 cm	117.4 cm
12 años	150.0 cm	25.9 cm	121.0 cm
13 años	153.3 cm	26.6 cm	124.3 cm
14 años	155.5 cm	26.8 cm	126.2 cm
15 años	168.5 cm	27.7 cm	137.0 cm
20 años	170.9 cm	28.1 cm	139.5 cm
adulto	178.0 cm	28.3 cm	146.4 cm

Tabla 1. Medidas corporales humanas en diferentes edades, para la población Mexicana.

Actividades:

1) Realizar el gráfico de puntos con los datos de longitud total y longitud hombros

2) Obtener la recta de crecimiento para las medidas dadas

3) ¿Qué tipo de crecimiento tiene el cuerpo humano? ¿Es confiable solo usar estas medidas para determinar el tipo de crecimiento en humanos? ¿Por qué?

4) Realiza el gráfico de Longitud total y Longitud cabeza. Obtén la línea de tendencia para este gráfico.

5) ¿Crece la cabeza proporcionalmente más que el cuerpo? Justifica tu respuesta.

Ejemplo nº 3. Bivalvos del Eoceno de Antártida

El estudio de las relaciones de ancho y alto de las valvas de bivalvos constituye una importante herramienta para conocer la forma de los bivalvos (ver ejemplo 1), además de proporcionar herramientas para estimar su estilo de vida, locomoción, etc. Dentro de los moluscos bivalvos, se hallan formas alargadas, aplanadas, semicirculares, triangulares e irregulares (Fig. 5), las cuales don consecuencia de su tipo de crecimiento (Fig. 6).

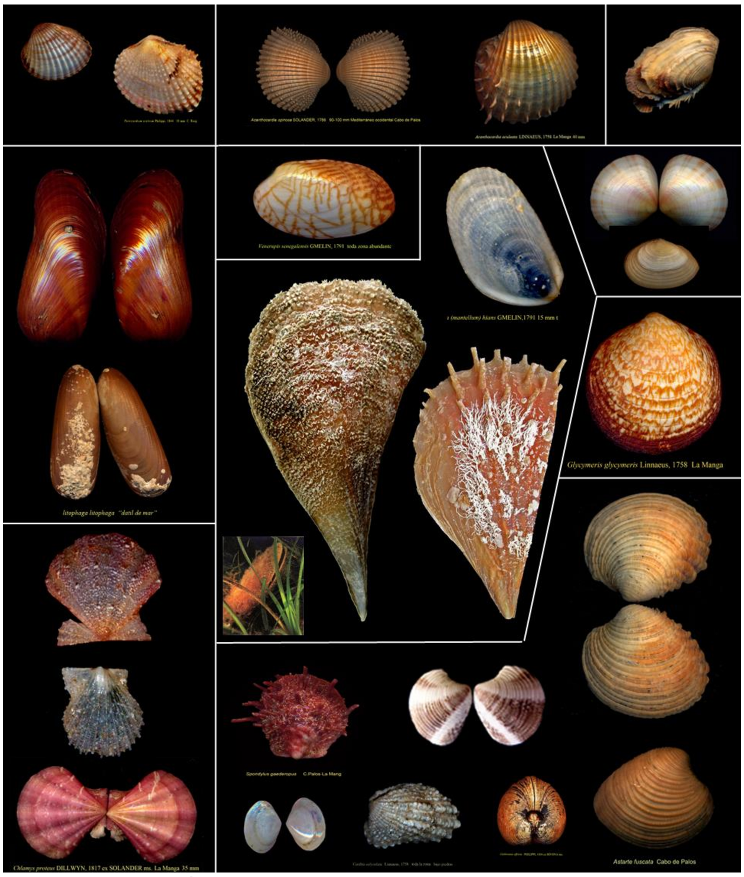


Fig. 5. Tipos morfológicos de valvas en moluscos bivalvos.

Entre ellos, los venéridos constituyen una amplia familia de moluscos bivalvos marinos de diferentes tamaños. Existen más de 500 especies actuales de la familia, la mayoría de las cuales son comestibles y explotadas como fuente de alimento. Los venéridos son bivalvos equivalvos (ambas valvas de forma y tamaño similar), con concha oval a subtriangular, de espesor variable. Además, poseen un pie muy desarrollado y comprimido.

Conocer el tipo de crecimiento en cada una de las especies y la línea de tendencia asociada sirve tanto para diferenciar especies como para identificar organismos que puedan tener malformaciones debido a parasitosis u otras enfermedades.

Los ejemplares a estudiar pertenecen a la especie *Eurhomalea florentinoi* Zinsmeister, 1984, una especie fósil hallada en el Eoceno (49-52 Ma de antigüedad) de la Isla Marambio, Antártida.

Actividad:

1) Usando el calibre digital proporcionado, tomar las medidas del largo y alto de las valvas de los venéridos. Crear una tabla en excel con los datos de las mediciones.

2) obtener la línea de tendencia para la relación entre largo y alto de los venéridos medidos.

3) Determinar si el crecimiento es isométrico o alométrico, de acuerdo a la ecuación de la recta obtenida.

4) Obtener la línea de tendencia para la relación entre largo y alto con los datos de todas las mediciones hechas por todos los grupos.

5) ¿Son similares las líneas de tendencia del punto 2 y la del punto 4? ¿A qué puede deberse esa diferencia? ¿Qué tipo de crecimiento poseen los venéridos de la especie *Eurhomalea florentonoi* medidos? Justifique su respuesta.

CICLO
DE INICIO
UNIVERSITARIO
2020